

# Elektrotehnika (2016. godina)

## II grupa

### Teorijska pitanja:

**P1.** Definirati vektor jačine elektrostatičkog polja [1]. Navesti osnovne uslove elektrostatičke ravnoteže provodnog tela [1]. Gausov zakon, iskaz i zapis [2]. Izvesti izraze za raspodelu vektora  $E$  unutar i oko metalne sfere poluprečnika  $R$  naelektrisan količinom naelektrisanja  $Q$  u vakuumu [2].

**P2.** Izvesti izraz za kapacitivnost koaksijalnog kondenzatora sa vazдушnim dielektrikom, poluprečnika elektroda  $a$  i  $b$  [2]. Gotova formula

se ne boduje! Šta je polarizacija dielektrika [1]? Kako se definiše vektor  $P$  [1]?

**P3.** Definirati stacionarno strujno polje [1]. Jednačina kontinuiteta za stacionarno strujno polje [1]. Omov zakon u lokalnom i integralnom obliku [2].

**P4.** Džulov zakon, iskaz i zapis [2]. U paralelnoj vezi snage otpornika  $R_1$  i  $R_2$  odnose se kao 1:3. Kakav će biti odnos snaga kada se ovi otpornici povežu redno [2] (obrazložiti)?

### Zadaci:

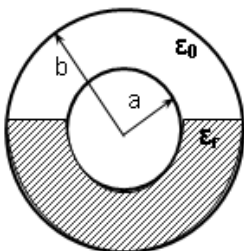
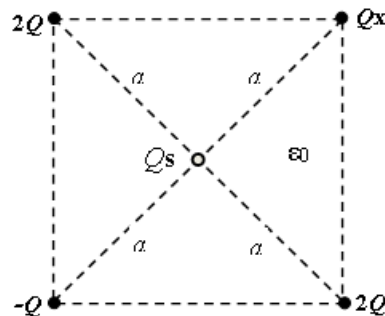
**Z1.** Tri puntualna naelektrisanja leže u tri temena kvadrata dijagonale  $2a$ , kao na slici. Sredina je vakuum. Odrediti:

a) Puntualno naelektrisanje  $Q_x$  u četvrtom temenu kvadrata tako da potencijal električnog polja u centru kvadrata bude nula [2].

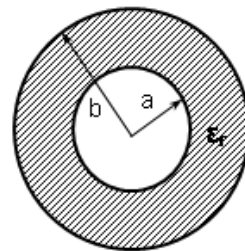
b) Vektor jačine električnog polja u centru kvadrata [2].

c) Odrediti vektor Kulonove sile  $F$  koja deluje na tačkasto naelektrisanje  $Q_s$  koje je naknadno uneto u centar kvadrata [4].

**Podaci:**  $Q = -Q_s = 0.1$  [nC],  $a = 4.5$  [cm] i  $\epsilon_0 = 10^{-9} / 36\pi$  [F/m] .



**Z2.** Sferni kondenzator (slika levo) do pola je ispunjen tečnim, homogenim dielektrikom relativne permitivnosti  $\epsilon_r$ . Odrediti kapacitivnost ovog kondenzatora [5]. Zatim je kroz rupicu na spoljašnjoj elektrodi dopunjen dielektrik, tako da sada u potpunosti ispunjava kondenzator (slika desno). Odrediti novu kapacitivnost ovog kondenzatora [3]. **Podaci:**  $a = 2$  [cm],  $b = 3$  [cm],  $\epsilon_r = 9$ .



**Z3.** Napon praznog hoda neke baterije je 24[V]. Nakon priključivanja potrošača otpornosti 10[Ω] napon na kontaktima baterije iznosi 20[V]. Nacrtati šemu kola (rešenje bez šeme se ne boduje). Odrediti

a) struju kroz potrošač [2],

b) snagu termičke disipacije na potrošaču [2],

c) snagu Džulovih gubitaka u bateriji [2],

d) ako se redno potrošaču veže još jedan isti takav potrošač, kolika je tada struja kroz kolo [2]?

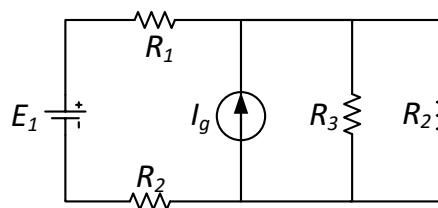
**Z4.)** Za kolo vremenski konstantne struje sa slike odrediti:

a) jačinu struje kroz otpornike  $R_3$  [2] i  $R_1$  [2] ,

b) snagu baterije  $E_1$  [2],

c) snagu strujnog izvora  $I_g$  [2].

**Podaci:**  $I_g = 0.25$  [A],  $E_1 = 100$  [V],  $R_1 = 30$  [Ω],  $R_2 = 200$  [Ω] i  $R_3 = 300$  [Ω].



$$\mathbf{P2.} \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int_S E \cdot dS = E \cdot 2\pi r l = \frac{Q' \cdot l}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 r} \wedge \mathbf{E} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 r} \mathbf{r}_0, \quad a \leq r \leq b,$$

$$U = V_1 - V_2 = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right), \quad C' = \frac{Q'}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

**P4.** U paralelnoj vezi napon je isti, pa je  $P_1 = U^2/R_1$ , a  $P_2 = U^2/R_2$  pa je  $P_1/P_2 = R_2/R_1 = 1/3$ . Dakle,  $R_1 = 3R_2$ . U rednoj vezi struje su iste,  $P_1 = I^2 R_1$ ,  $P_2 = I^2 R_2$ ,  $P_1/P_2 = R_1/R_2 = 3:1$ , pa je  **$P_1/P_2 = 3:1$** .

$$\mathbf{Z1. a)} V_0 = V_0(-Q) + V_0(2Q) + V_0(2Q) + V_0(Q_X) = 0, \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a} [-Q + 2Q + 2Q + Q_X] = 0 \text{ sledi}$$

$$Q_X = -3Q = -0.3\text{nC}.$$

**b)**  $\vec{E}_0 = \vec{E}_0(-Q) + \vec{E}_0(2Q) + \vec{E}_0(2Q) + \vec{E}_0(-3Q)$ , zbog simetrije poništavaju se polja koja potiču od naelektrisanja  $2Q$ . Polja od  $-Q$  i  $-3Q$  se delimično kompenzuju, a resultantno polje je

$$E_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|-2Q|}{a^2} = \frac{1}{4\pi} \frac{10^{-9}}{(4.5 \cdot 10^{-2})^2} = 888.9 \text{ N/m} \text{ i usmerena je po dijagonali kvadrata, sa}$$

smerom prema  $Q_X$ .

**c)**  $\vec{F}_S = \vec{E}_0 \cdot Q_S = -Q\vec{E}_0$ , intenzitet je  $F_S = QE_0 = 0.1 \cdot 10^{-9} \cdot 888.9 = 88.89 \text{ nN}$  po dijagonali kvadrata prema naelektrisanju  $-Q$ .

**Z2.** Primenom graničnih uslova sledi  $E_0 = E_1 = E$ .  $D_0 = \epsilon_0 E$  u vazduhu i  $D_1 = \epsilon_0 \epsilon_r E$  u dielektriku. Generalisani Gausov zakon  $\oint_S D dS = Q$  daje  $D_0 \cdot 2\pi r^2 + D_1 \cdot 2\pi r^2 = Q$  tj.

$$2\pi r^2 \epsilon_0 \cdot E(1 + \epsilon_r) = Q, E(r) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r) r^2}, \text{ pa je napon}$$

$$U = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r)} \int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r)} \left(-\frac{1}{r}\right) \Big|_a^b = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r)} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right).$$

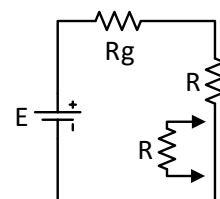
$$\text{Kapac. je } C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r)}{1/a - 1/b} = 2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r) \frac{ab}{b-a} = 2\pi \frac{10^{-9}}{36\pi} \cdot (1+9) \cdot \frac{2 \cdot 3}{3-2} 10^{-2} = 33.33 \text{ pF}.$$

$$\text{Nova kapac. } C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}{1/a - 1/b} = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{ab}{b-a} = 4\pi \frac{10^{-9}}{36\pi} \cdot 9 \cdot \frac{2 \cdot 3}{3-2} 10^{-2} = 6 \cdot 10^{-11} \text{ F} = 60 \text{ pF}$$

**Z3.** Ems baterije je  $E=24\text{V}$ .  $U=20\text{V}$  je napon na potrošaču od  $R=10\Omega$ , pa je struja kroz kolo  **$I=20/R=20/10=2\text{A}$** .  $U=E-R_g I$ , pa je  **$R_g=2\Omega$** .

$$P=RI^2=10 \cdot 2^2=40\text{W}=\mathbf{P}, \quad P_g=R_g I^2=2 \cdot 2^2=8\text{W}=\mathbf{P_g}.$$

Ukupno opterećenje baterije je sada  $R_u=R+R=2R=20\Omega$ , pa je struja  **$I=E/(R_g+R_u)=24/(2+20)=1.09\text{A}=I$** .

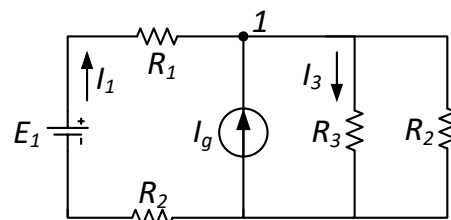


**Z4.** Metod napona čvorova:

$$\left(\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \cdot V_1 = I_g + \frac{E_1}{R_1 + R_2}, \quad V_1=54[\text{V}].$$

Struja kroz  $R_1$  je

$$I_1 = \frac{E_1 - V_1}{R_1 + R_2} = \frac{100 - 54}{230} = \frac{46}{230} = 0.2[\text{A}], \text{ a kroz } R_3 \text{ je}$$



$$I_3 = \frac{V_1}{R_3} = \frac{54}{300} = 0.18[\text{A}]$$

$$P_{E1} = E_1 I = 100 \cdot 0.2 = 20[\text{W}], \quad P_{I_g} = V_1 \cdot I_g = 54 \cdot 0.25 = 13.5[\text{W}]$$